Devoir de vacances    Tle spé maths
A rendre pour la semaine de la rentrée de septembre 2023

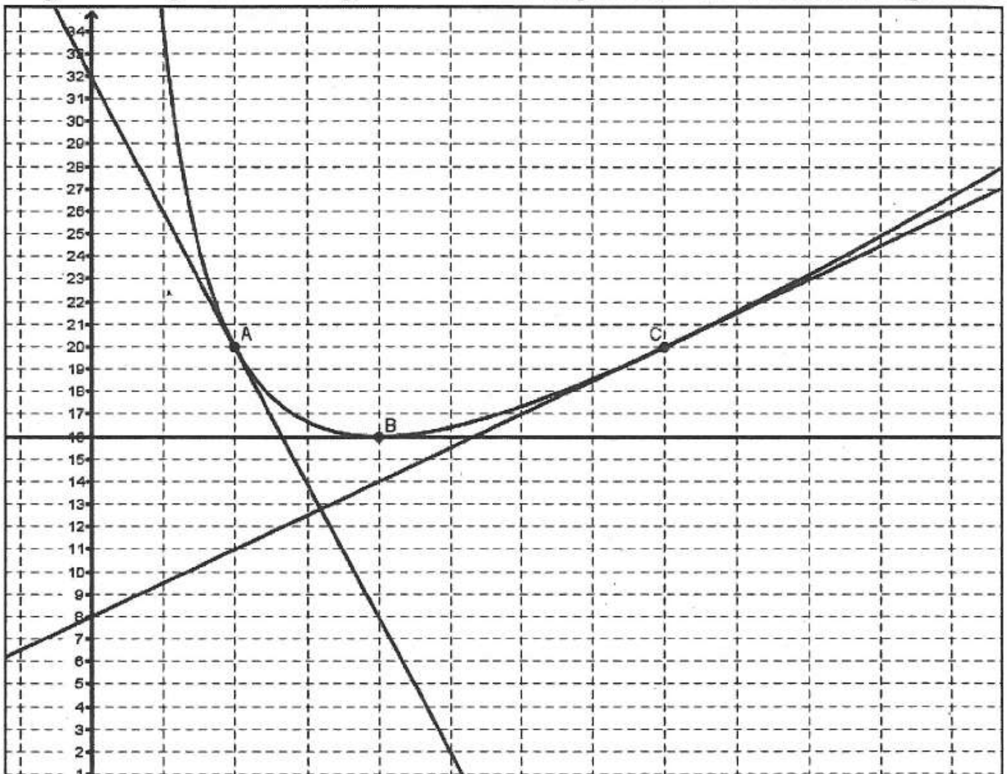
Exercice 1 :

Soit f la fonction définie sur [ - 5 ; 5 ] par : $f(x) = (x + 2)e^{x-1} - 1$
1) Calculer f'(x) et étudier son signe selon les valeurs de x
2) En déduire le tableau de variations de f sur [ - 5 ; 5 ]
3) On admet qu'il existe un unique nombre α appartenant à l'intervalle [ - 5 ; 5 ] et tel que f(α ) = 0. Dresser le tableau de signes de f(x)

Exercice 2 :
Dans un repère orthonormé d'origine O, on donne les points E et F de coordonnées respectives ( 2 ; 0 ) et ( 1 ; 3 )
On note ( C ) le cercle de centre E passant par O et ( d ) la droite passant par O et perpendiculaire à ( OF )
1) Déterminer une équation de ( C )
2) Déterminer une équation de ( d )

Exercice 3 :

On considère une fonction $f$ définie sur $]0; +\infty[$ dont la courbe représentative $\mathcal{C}$ est donnée ci-dessous. Sur le graphique, on a également représenté les tangentes à la courbe au point $A, B$ et $C$ d'abscisses respectives 2, 4 et 8




1) Par lecture graphique, déterminer :
   a) $f(2), f(4)$ et $f(8)$
   b) $f'(2), f'(4)$ et $f'(8)$. Justifier votre réponse
2) En utilisant les résultats de la question 1), déterminer l'équation de la tangente à la courbe $\mathcal{C}$ au point d'abscisse 2.

Exercice 4 :

Un employé se rend à son travail. Si l'employé est à l'heure un jour donné, la probabilité qu'il soit en retard le lendemain est 0,2. S'il est en retard un jour donné, la probabilité qu'il soit en retard le lendemain est 0,05.

Pour tout entier naturel n non nul, on appelle $R_n$ l'événement : « l'employé est en retard le jour n »

On sait que le premier jour l'employé est à l'heure

( c'est à dire que $P(R_1) = 0$ )

1) Étude d'un exemple

a) A l'aide d'un arbre pondéré, calculer la probabilité que l'employé soit en retard le troisième jour.

b) L'employé est en retard le troisième jour. Quelle est la probabilité qu'il ait été en retard le deuxième jour ?

2) Détermination d'une relation de récurrence

On note $p_n$ la probabilité de $R_n$ et $q_n$ la probabilité de $\overline{Rn}$

( Dans cette question on pourra utiliser un nouvel arbre pondéré)

**a.** Déterminer les probabilités conditionnelles $p_{R_n}(R_{n+1})$ et $p_{\overline{R_n}}(R_{n+1})$.

**b.** Déterminer $p(R_{n+1} \cap R_n)$ en fonction de $p_n$ et $p\left(R_{n+1} \cap \overline{R_n}\right)$ en fonction de $q_n$

**c.** Exprimer $p_{n+1}$ en fonction de $p_n$ et de $q_n$.

**d.** En déduire que $p_{n+1} = \frac{1}{5} - \frac{3}{20}p_n$.

3) Etude de la suite ( $p_n$ )

Pour tout entier naturel non nul n, on pose $v_n = p_n - \frac{4}{23}$

a) Démontrer que ( $v_n$ ) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.

b) Exprimer $v_n$ puis $p_n$ en fonction de n

c) Conjecturer la limite de ($p_n$ ) et interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.